Tentamen i MSG110 Sannolikhetsteori, 7.5 högskolepoäng, Göteborgs universitet.
Tid: Måndagen den 15 Augusti 2016, kl. 8.30-12.30.
Examinator och Jour: Olle Nerman, rum L 3056, MV, Chalmers. Telefon 7723565
Hjälpmedel: Miniräknare, egen formelsamling (4 A4-sidor på 2 blad) och till skrivningen medföljande tabeller.
Betygsgränser: För betyget G fordras 12 poäng, för betyget VG 20 poäng.

---

1. För en viss exponentialfördelad stokastisk variabel **X** är sannolikheten att få ett utfall i intervallet **[0,3]** lika med **0.9**. Bestäm kumulerade fördelningsfunktionen i punkten **2**, väntevärdet och variansen för **X**. **(3p)**
2. Relativa frekvensen av kunder som, när de handlar i en viss livsmedelsaffär, köper minst en påse chips är **19%**. Andelen bland de kunder som köper minst en påse chips som dessutom köper minst en läskedryck är **55%**. Relativa frekvensen av de kunder som köper minst en läskedryck bland samtliga kunder är **15%**. Vad är den betingade sannolikheten för att en slumpvald kund som köper minst en läsk inte köper någon påse med chips? **(3p)**
3. På en cirkelskiva med radien=**5** och centrum i origo i ett ortogonalt koordinatsystem i ett euklidiskt plan väljs en stokastisk punkt **(X,Y)** med likformig fördelning.
   a. Vad blir den tvådimensionella frekvensfunktionen för **(X,Y)**? **(1p)**
   b. Visa att **X** och **Y** är okorrelerade stokastiska variabler. **(2p)**
   c. Visa att **X** och **Y** inte är oberoende stokastiska variabler. **(2p)**
4. Tre oberoende händelser **A**, **B** och **C** i ett visst försök har sannolikheterna **0.6** , **0.2**, respektive **0.5**. Låt **X** vara antalet av dessa tre som inträffar i försöket. Vad är väntevärdet och variansen för **X**? **(3p)**
5. I ett normalfördelningsstickprov med **11** observationer har någon beräknat stickprovsmedelvärdet och stickprovsvariansen till **11.45** och **0.81**.
   a. Du ombeds att förvandla informationen till ett symmetriskt konfidensintervall för det bakomliggande väntevärdet **μ** för de enskilda observationerna med konfidensgraden **99%**. Vad blir resultatet? **(2p)**
   b. Du ombeds istället att pröva nollhypotesen $\mathbf{H_0}$: väntevärdet **μ =11.00** med signifikansnivån **5%** mot den alternativa hypotesen $\mathbf{H_1}$: väntevärdet **μ > 11.00** . Vad blir då din slutsats? **(2p)**
6. I en Poissonprocess med okänd intensitet **c** pulser/tidsenhet observeras antalet pulser (händelsetidpunkter) **X** i ett tidsintervall av längden **25**. Då är $\hat{c}$ **=X/25** både maximum likelihoodskattning och en momentskattning av intensitetsparametern **c**.
   a. Är $\hat{c}$ väntevärdesriktig (=unbiassed)? Motivera svaret! **(1p)**
   b. Vilket standardfel (=standardfel=medelfel) har $\hat{c}$? **(1p)**
   c. Ange en lämplig observerad skattning av **p(c)** definierad som **”**sannolikheten att du i ett visst tidsintervall, som är disjunkt från det observerade intervallet och har längden **2** tidsenheter, observerar exakt en puls” baserad på att du observerat att **x=10 .** **(2p)**

VÄND!

7. a. Bestäm genom faltning sannolikhetstätheten för summan **X+Y** av två oberoende stokastiska variabler **X** och **Y** när dessa båda variabler är likformigt fördelade på intervallet **[0,1]**. **(2p)**
   b. Använd samma förutsättningar som i a-uppgiften och resultatet i a-uppgiften för att bestämma kumulerade fördelningsfunktionen för summan **X+Y**. **(2p)**
   c. Beräkna med hjälp av b-uppgiften sannolikheten **P(X+Y>0.6)**. **(1p)**
8. En man deltar med en enda lott i varje dragning **1000** dragningar i sträck i ett visst ”amerikanskt” lotteri. Lotteriet har totalt **100** lotter per gång. I varje dragning finns en enda vinstlott med ett värde på **900** kronor. Varje lott kostar **10** kronor.
   a .Beräkna approximativt sannolikheten att mannen har gått med en sammanlagd nettovinst (står på plus) efter den tusende dragningen. Motivera approximationen **(3p)**

Lycka Till!